

攪拌槽工学Ⅱ

[流動編]

2. 攪拌特性

①翼先端速度 u [m/s] 攪拌翼が1回転する際に描く円の長さ(周長) πd と、攪拌翼が1回転するのにかかる時間(周期) $1/n$ との比で定義される。

$$u \equiv \frac{2\pi(d/2)}{1/n} \quad \cdots(2.1)$$

$$\boxed{u = \pi n d} \quad \cdots(2.2)$$

ただし、 d は翼径[m]、 n は翼回転数[1/s]。

あるいは、たんに $u = nd$ とする場合もよくある。

②レイノルズ数 Re 粘性力 τA に対する慣性力 ma の比で定義される。

$$Re \equiv \frac{ma}{\tau A} \quad \cdots(2.3)$$

ただし、 τ はせん断応力[N/m²]、 A は流体塊の断面積[m²]、 m は液質量[kg]、 a は流体塊の加速度[m/s²]。慣性力の項を攪拌翼の因子に置き換えると、 u の式を用いて次式のように表される。

$$ma = \rho V \left(\frac{du}{dt} \right) \propto \rho d^3 \left(\frac{u}{d/u} \right) = \rho d^3 \frac{u}{(1/n)} = \rho n d^3 (\pi n d) \propto \rho n^2 d^4 \quad \cdots(2.4)$$

ただし、 t は時間[s]、 V は液体積[m³]、 ρ は液密度[kg/m³]。

粘性力の項を攪拌翼の因子に置き換えると、次式のように表される。

$$\tau A = \left(\mu \frac{du}{dy} \right) A \propto \left(\mu \frac{u}{d} \right) d^2 = \mu u d = \mu (\pi n d) d \propto \mu n d^2 \quad \cdots(2.5)$$

ただし、 y は変位[m]、 μ は液粘度[Pa·s]。

ma の式と τA の式を Re の式に代入する。

$$Re = \frac{\rho n^2 d^4}{\mu n d^2} \quad \cdots(2.6)$$

$$\boxed{Re = \frac{\rho n d^2}{\mu}} \quad \cdots(2.7)$$

③フルード数 Fr 攪拌によって生じる旋回渦流の形状を表す。重力 mg に対する慣性力(遠心力) ma の比で定義される。

$$Fr \equiv \frac{ma}{mg} \quad \cdots(2.8)$$

ただし、 g は重力加速度[m/s²]。

重力の項を攪拌翼の因子に置き換えると、次式のように表される。

$$mg = \rho V g \propto \rho d^3 g \quad \cdots(2.9)$$

ma の式と mg の式を Fr の式に代入する。

$$Fr = \frac{\rho n^2 d^4}{\rho d^3 g} \quad \cdots(2.10)$$

$$\boxed{Fr = \frac{n^2 d}{g}} \quad \cdots(2.11)$$

④循環流量数 N_{qc} および吐出流量数 N_{qd} 循環流量 Q_c [m^3/s]と吐出流量 Q_d [m^3/s]を用いてそれぞれ次式で定義される。

$$N_{qc} = Q_c / nd^3 \quad \cdots(2.12)$$

$$N_{qd} = Q_d / nd^3 \quad \cdots(2.13)$$

流体の循環時間 T_c [s]は、循環流量 Q_c [m^3/s]と攪拌槽内の液体積 V [m^3]を用いて次式で表される。

$$T_c = V / Q_c \quad \cdots(2.14)$$

なお、 Q_c の代わりに Q_d を用いる場合もある。

流体の循環回数 N_c [1/s]は、次式で表される。

$$N_c = Q_c / V (=1/T_c) \quad \cdots(2.15)$$

なお、 Q_c の代わりに Q_d を用いる場合もある。

乱流条件下では、 N_{qc} と N_{qd} の間におおよそ次の関係式が成り立つ。

$$N_{qc} = N_{qd} [1 + 0.16 \{(D/d)^2 - 1\}] \quad \cdots(2.16)$$

また、 N_{qd} と動力数 N_p [-]の間におおよそ次の関係式が成り立つ。

$$N_{qd} = 0.32 (n_p^{0.7} b/d)^{0.25} (D/d)^{0.34} N_p^{0.5} \quad \cdots(2.17)$$

⑤混合時間 θ_M [s] 攪拌槽に複数の異なる液体を供給した後、目的の均一度に達するまでに要する時間のことである。混合時間が短い程、攪拌性能は良好である。乱流条件下の場合、次式で計算される。

$$1/(n\theta_M) = 0.092 [(d/D)^3 N_{qd} + 0.21 (d/D) (N_p/N_{qd})^{0.5}] [1 - \exp\{-13(d/D)^2\}] \quad \cdots(2.18)$$

ただし、右辺第1項は循環流の混合作用、第2項は乱流による混合作用を意味する。

⑥攪拌所要動力 P [W] 翼が受ける慣性抵抗 R_f [N]と翼先端速度 u の積で定義される。

$$P = R_f u \quad \cdots(2.19)$$

上式の物理的意味について考える。攪拌翼が外力 R_f [N]を受けながら、時間 t [s]で距離 x [m]移動することから、攪拌翼が液に対して行う仕事 W [J]は、外力 R_f [N]と距離 x [m]の積で表される。これを時間 t [s]で割り算すると、単位時間当たりの仕事、すなわち攪拌所要動力に相当する仕事率 P [W]が得られる。

上式を攪拌翼の因子に置き換えると、攪拌所要動力 P は次式のように導かれる。

$$P = R_f u = C_D A (\rho u^2 / 2) u \propto \rho A u^3 = \rho d^2 (\pi n d)^3 \propto \rho d^2 (n d)^3 = \rho n^3 d^5 \quad \cdots(2.20)$$

$$\boxed{P = N_p \rho n^3 d^5} \quad \cdots(2.21)$$

ただし、 N_p は動力数[-]。

なお、液体中に固体粒子が含まれる場合は、上式の液密度 ρ を懸濁液密度 ρ_{sl} に置き換える。

$$V \rho_{sl} = V \varepsilon \rho + V(1 - \varepsilon) \rho_s \quad \cdots(2.22)$$

$$\rho_{sl} = \varepsilon \rho + (1 - \varepsilon) \rho_s \quad \cdots(2.23)$$

ただし、 ε は懸濁率[-]、 ρ_s は固体密度 [kg/m^3]。

3. 動力特性

3. 1 次元解析

動力数 N_p の性質について調べる。攪拌槽の形状を一定として、攪拌所要動力に関する次元解析を行う。

$$P = K n^{\alpha} d^{\beta} \rho^{\gamma} \mu^{\delta} g^{\varepsilon} \quad \cdots(3.1.1)$$

ただし、 K 、 α 、 β 、 γ 、 δ 、 ε は定数[-]。

上式の各項の単位を M(質量)、L(長さ)、T(時間)の次元に置き換えると、次式の通りとなる。

$$P \quad [W]=[J \cdot s^{-1}]=[N \cdot m] \cdot s^{-1}=[\{(kg \cdot m \cdot s^{-2}) \cdot m\} \cdot s^{-1}]=[kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}]=[ML^2T^{-3}] \quad \cdots(3.1.2)$$

$$K \quad [-] \quad \cdots(3.1.3)$$

$$n^{\alpha} \quad [s^{-1}]^{\alpha}=[T^{-1}]^{\alpha} \quad \cdots(3.1.4)$$

$$d^{\beta} \quad [m]^{\beta}=[L]^{\beta} \quad \cdots(3.1.5)$$

$$\rho^{\gamma} \quad [kg \cdot m^{-3}]^{\gamma}=[ML^{-3}]^{\gamma} \quad \cdots(3.1.6)$$

$$\mu^{\delta} \quad [Pa \cdot s]^{\delta}=[(N \cdot m^{-2}) \cdot s]^{\delta}=[\{(kg \cdot m \cdot s^{-2}) \cdot m^{-2}\} \cdot s]^{\delta}=[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]^{\delta}=[ML^{-1}T^{-1}]^{\delta} \quad \cdots(3.1.7)$$

$$g^{\varepsilon} \quad [m \cdot s^{-2}]^{\varepsilon}=[LT^{-2}]^{\varepsilon} \quad \cdots(3.1.8)$$

質量(M)の項について両辺を比較する。

$$1=\gamma+\delta \quad \cdots(3.1.9)$$

長さ(L)の項について両辺を比較する。

$$2=\beta-3\gamma-\delta+\varepsilon \quad \cdots(3.1.10)$$

時間(T)の項について両辺を比較する。

$$-3=-\alpha-\delta-2\varepsilon \quad \cdots(3.1.11)$$

$1=\gamma+\delta$ の式を γ について整理する。 δ と ε を定数と見なす。

$$\gamma=1-\delta \quad \cdots(3.1.12)$$

$2=\beta-3\gamma-\delta+\varepsilon$ の式に代入し、 β について整理する。

$$2=\beta-3(1-\delta)-\delta+\varepsilon \quad \cdots(3.1.13)$$

$$2=\beta-3+3\delta-\delta+\varepsilon \quad \cdots(3.1.14)$$

$$\beta=-2\delta-\varepsilon+5 \quad \cdots(3.1.15)$$

$-3=-\alpha-\delta-2\varepsilon$ の式を α について整理する。

$$\alpha=-\delta-2\varepsilon+3 \quad \cdots(3.1.16)$$

導かれた α と β と γ の式を最初の P の式に代入し、 δ と γ のべき乗項で整理する。

$$P = K n^{-\delta-2\varepsilon+3} d^{-2\delta-\varepsilon+5} \rho^{1-\delta} \mu^{\delta} g^{\varepsilon} \quad \cdots(3.1.17)$$

$$P = K (n^{-\delta} d^{-2\delta} \rho^{-\delta} \mu^{\delta}) (n^{-2\varepsilon} d^{-\varepsilon} g^{\varepsilon}) (\rho n^3 d^5) \quad \cdots(3.1.18)$$

$$\boxed{\frac{P}{\rho n^3 d^5} = K \left(\frac{\rho n d^2}{\mu} \right)^{-\delta} \left(\frac{n^2 d}{g} \right)^{-\varepsilon}} \quad \cdots(3.1.19)$$

$$N_p = K R^D F r^E \quad \cdots(3.1.20)$$

ただし、 D と E は定数[-]。

動力数は、レイノルズ数(流動状態)とフルード数(渦流の規模)の関数で表される。

3. 2 動力特性曲線

動力数 N_p の関数形を導く。フルード数無視の条件を仮定すると、 N_p は、レイノルズ数のみの関数で表される。層流条件における攪拌所要動力 P は、翼が受ける粘性抵抗 τA と翼先端速度 u の積で与えられる。

$$P = \tau A u \quad \cdots(3.2.1)$$

τA の式と u の式を代入すると、層流条件における攪拌所要動力を得る。

$$P = (\mu n d^2)(\pi n d) \propto \mu n^3 d^3 \quad \cdots(3.2.2)$$

乱流条件における攪拌所要動力 P は、翼が受ける慣性抵抗 R_f と翼先端速度 u の積で与えられる。

$$P = R_f u = C_D A (\rho u^2 / 2) u \propto \rho A u^3 = \rho d^2 (\pi n d)^3 \propto \rho d^2 (n d)^3 = \rho n^3 d^5 \quad \cdots(2.20)$$

一般的な攪拌所要動力は、層流条件と乱流条件の和で表される。

$$P = K_L \mu n^3 d^3 + K_T \rho n^3 d^5 \quad \cdots(3.2.3)$$

ただし、 K_L は層流定数[-]、 K_T は乱流定数[-]。

上式を $\rho n^3 d^5$ で割ると、フルード数無視の条件における動力特性曲線の式を得る。

$$\frac{P}{\rho n^3 d^5} = \frac{K_L}{(\rho n d^2 / \mu)} + K_T \quad \cdots(3.2.4)$$

$$N_p = \frac{K_L}{Re} + K_T \quad \cdots(3.2.5)$$

層流条件の場合、動力数は次式で近似される。

$$N_p \doteq K_L / Re \quad \cdots(3.2.6)$$

乱流条件の場合、動力数は次式で近似される。

$$N_p \doteq K_T \quad \cdots(3.2.7)$$

表 3.2.1 おもな攪拌翼における K_L と K_T [文献 15]

攪拌翼	K_L	K_T
6 枚平板タービン翼	65	5.75
2 枚平板パドル翼	36.5	1.70
3 枚プロペラ翼	41.0	0.32
アンカー翼	300	0.35

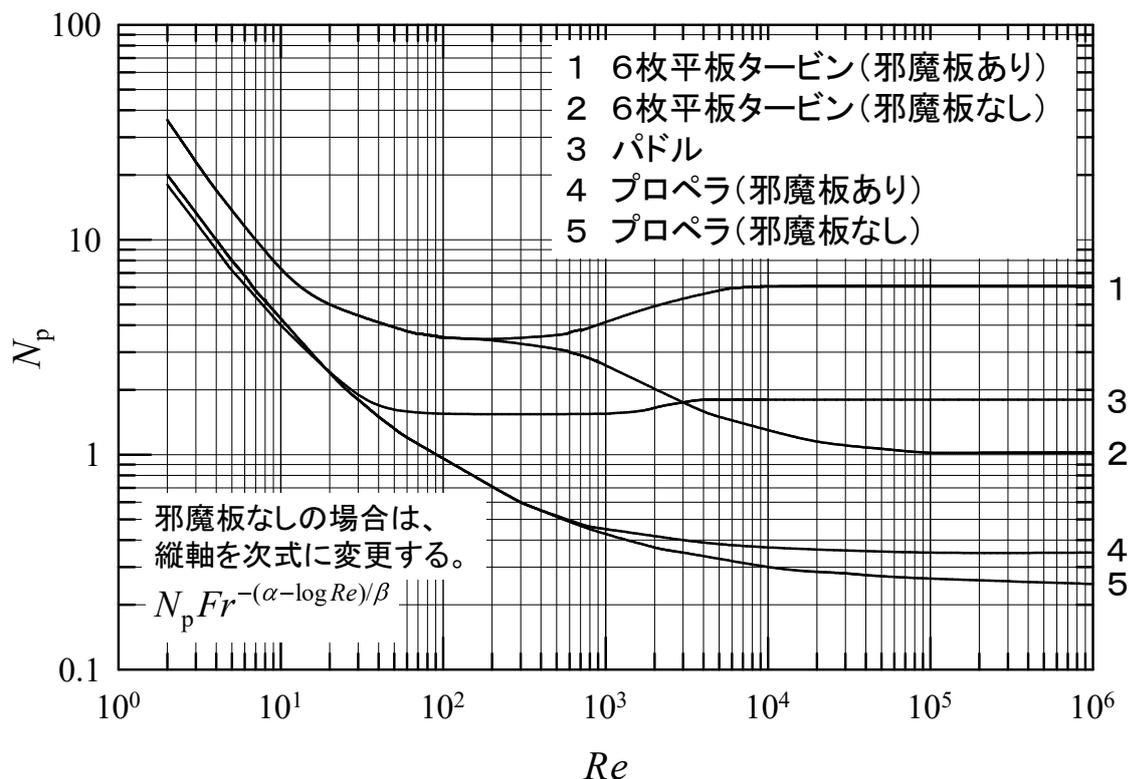


図 3.2.1 動力特性曲線(Rushton(ラシュトン)線図の一部) [文献 14]

①攪拌レイノルズ数 Re を求める。

②攪拌翼の種類と邪魔板の有無をもとに曲線の番号を決める。

③動力数 N_p を読み取る。***

④攪拌所要動力 P を求める。($P=N_p \rho n^3 d^5$) ***

*邪魔板なしの場合は、 N_p を動力関数 $\Phi=N_p Fr^{-(\alpha - \log_{10} Re)\beta}$ に置き換える。 $\alpha=1, \beta=40$ (タービン翼)

**羽根段数が複数段となる場合は、動力数 N_p に羽根段数を乗じる。

***液中に固体粒子が含まれる場合は、液密度 ρ を懸濁液密度 ρ_{sl} に置き換える。

$$\rho_{sl} = \varepsilon \rho + (1 - \varepsilon) \rho_s \quad \text{ただし、} \varepsilon \text{ は懸濁率[-]、} \rho_s \text{ は固体密度[kg/m}^3\text{]。}$$

4. 動力計算

4. 1 邪魔板無しの場合

4.1.1 永田の式

邪魔板無し 2 枚羽根パドル翼(羽根段数 1 段)の動力数 N_{p0} [-]に関する推算式として、永田の式が有名である。 [文献 16-18]

$$N_{P0} = \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 1.2Re^{0.66}}{10^3 + 3.2Re^{0.66}} \right)^p \left(\frac{H}{D} \right)^{\{0.35+(b/D)\}} (\sin \theta)^{1.2} \quad \cdots(4.1.1.1)$$

$$A=14+(b/D)[670\{(d/D)-0.6\}^2+185] \quad \cdots(4.1.1.2)$$

$$B=10^{[1.3-4\{(b/D)-0.5\}^2-1.14(d/D)]} \quad \cdots(4.1.1.3)$$

$$p=1.1+4(b/D)-2.5[(d/D)-0.5]^2-7(b/D)^4 \quad \cdots(4.1.1.4)$$

上記以外の攪拌翼、すなわち、①羽根枚数 $n_p \neq 2$ 、②羽根段数 $N \neq 1$ 、③パドル以外の翼形状、を用いる場合は、①～③の翼条件を、永田式で定義されている 2 枚羽根パドル翼(羽根段数 1 段)に置き換えて計算する。低～中粘度の液体の場合、羽根枚数と羽根幅と羽根段数の積($n_p b N$)が等しくなる条件においては、パドル翼とタービン翼の種類に関わらず、いずれも攪拌所要動力はほぼ等しくなることから($n_p b N = \text{一定}$)、次式が成り立つ。

$$n_p' b' N' = n_p b N \quad \cdots(4.1.1.5)$$

ただし、 n_p' と b' と N' は置換後の値。

永田式で定義されている羽根枚数は 2、羽根段数は 1 であることから、置換後の羽根枚数 n_p' は 2、羽根段数 N' は 1 となる。このことから、置換後の相当羽根幅 b' [m]は、次式で表される。

$$b' = n_p b N / 2 \quad \cdots(4.1.1.6)$$

なお、プロペラ翼の場合は、上記とは別の手順にしたがう。(化学工学便覧を参照のこと。)

4.1.2 亀井・平岡の式

幅広い条件に対応した推算式として、平板パドル翼および傾斜パドル翼に関する亀井・平岡の式がある[文献 19-22]。式中に羽根枚数 n_p が含まれており、永田式の如き翼の置換計算は不要である。なお、傾斜角の項 $\sin \theta = 1$ と置くことで、平板タービン翼に対しても適用できる。

$$N_{P0} = [(1.2\pi^4 \beta^2) / \{8d^3 / (D^2 H)\}] f \quad \cdots(4.1.2.1)$$

$$f = C_L / Re_G + C_t \{ (C_{tr} / Re_G) + Re_G \}^{-1} + (f_\infty / C_t)^{1/m} \quad \cdots(4.1.2.2)$$

$$Re_G = [\pi \eta \ln(D/d)] / (4d/\beta D) Re_d \quad \cdots(4.1.2.3)$$

$$Re_d = \rho n d^2 / \mu \quad \cdots(4.1.2.4)$$

$$C_L = 0.215 \eta n_p (d/H) [1 - (d/D)^2] + 1.83 (b \sin \theta / H) [n_p / (2 \sin \theta)]^{1/3} \quad \cdots(4.1.2.5)$$

$$C_t = [(1.96 X^{1.19})^{-7.8} + (0.25)^{-7.8}]^{-1/7.8} \quad \cdots(4.1.2.6)$$

$$m = [(0.71 X^{0.373})^{-7.8} + (0.333)^{-7.8}]^{-1/7.8} \quad \cdots(4.1.2.7)$$

$$C_{tr} = 23.8 (d/D)^{-3.24} (b \sin \theta / D)^{-1.18} X^{-0.74} \quad \cdots(4.1.2.8)$$

$$f_\infty = 0.0151 (d/D) C_t^{0.308} \quad \cdots(4.1.2.9)$$

$$X = \gamma n_p^{0.7} b \sin^{1.6} \theta / H \quad \cdots(4.1.2.10)$$

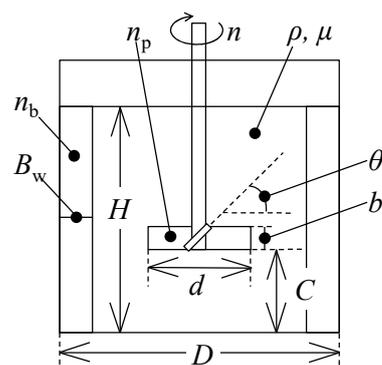
$$\beta = 2 \ln(D/d) / [(D/d) - (d/D)] \quad \cdots(4.1.2.11)$$

$$\gamma = [\eta \ln(D/d) / (\beta D / d)^5]^{1/3} \quad \cdots(4.1.2.12)$$

$$\eta = 0.711 [0.157 + \{n_p \ln(D/d)\}^{0.611}] / [n_p^{0.52} \{1 - (d/D)^2\}] \quad \cdots(4.1.2.13)$$

加藤らは、亀井・平岡式の乱流項 C_t と m を次式のように修正することで、プロペラ翼およびファウドラ翼に対しても適用できるようにした。[文献 23]

$$C_t = [(3X^{1.5})^{-7.8} + (0.25)^{-7.8}]^{-1/7.8} \quad \cdots(4.1.2.14)$$



$$m=[(0.8X^{0.373})^{-7.8}+(0.333)^{-7.8}]^{-1/7.8} \quad \cdots(4.1.2.15)$$

多段翼の場合は、動力数 N_{P0} に羽根段数 N を乗じる。

4. 2 邪魔板有りの場合

4. 2. 1 完全邪魔板条件

乱流条件において邪魔板が挿入される場合、次式を満たすような邪魔板条件(板幅 B_w 、枚数 n_B)が選定されると、攪拌所要動力が最大となる。これを**完全邪魔板条件**という。

永田らは、完全邪魔板条件を次式で与えている。[文献 16-18]

$$(B_w/D)^{1.2}n_B=0.35 \quad \cdots(4.2.1.1)$$

最大動力数 N_{Pmax} [-]は、邪魔板無しの推算式における Re を次式で置き換えることで求められる。

$$R_c=\{25/(b/D)\}\{(d/D)-0.4\}^2+(b/D)/\{0.11(b/D)-0.0048\} \quad \cdots(4.2.1.2)$$

上式は、平板翼で成り立つ。翼のひねり角を考慮する場合は、次式を Re と置き換える。

$$R_\theta=10^{4(1-\sin\theta)}R_c \quad \cdots(4.2.1.3)$$

亀井らは、攪拌翼の条件を含めた完全邪魔板条件を報告している。[文献 19-22]

$$(B_w/D)n_B^{0.8}=0.27(N_{Pmax})^{0.2} \quad \cdots(4.2.1.4)$$

ただし、 N_{Pmax} は最大動力数[-]。

完全邪魔板条件における最大動力数 N_{Pmax} は、次式で与えられる。

$$\text{(平板パドル翼・平板タービン翼)} \quad N_{Pmax}=10(n_p^{0.7}b/d)^{1.3} \quad \text{ただし} \quad n_p^{0.7}b/d \leq 0.54 \quad \cdots(4.2.1.5)$$

$$\text{(平板パドル翼・平板タービン翼)} \quad N_{Pmax}=8.3(n_p^{0.7}b/d) \quad \text{ただし} \quad 0.54 < n_p^{0.7}b/d \leq 1.6 \quad \cdots(4.2.1.6)$$

$$\text{(平板パドル翼・平板タービン翼)} \quad N_{Pmax}=10(n_p^{0.7}b/d)^{0.6} \quad \text{ただし} \quad 1.6 < n_p^{0.7}b/d \quad \cdots(4.2.1.7)$$

$$\text{(傾斜パドル翼)} \quad N_{Pmax}=8.3(2\theta/\pi)^{0.9}[n_p^{0.7}b(\sin\theta)^{1.6}/d] \quad \cdots(4.2.1.8)$$

$$\text{(プロペラ翼・ファウドラ翼)} \quad N_{Pmax}=6.5[n_p^{0.7}b(\sin\theta)^{1.6}/d]^{1.7} \quad \cdots(4.2.1.9)$$

ただし、傾斜パドル翼の $(2\theta/\pi)$ における θ の単位は[rad]。多段翼の場合は、動力数 N_{Pmax} に羽根段数 N を乗じる。

4. 2. 2 部分邪魔板条件

完全邪魔板条件未達の邪魔板条件を**部分邪魔板条件**という。永田らは、次の推算式を報告している。

[文献 16-18]

$$(N_{Pmax}-N_P)/(N_{Pmax}-N_{P\infty})=[1-1.29(B_w/D)^{1.2}n_B]^2 \quad \cdots(4.2.2.1)$$

$$N_{P\infty}=B(0.6/1.6)^p \quad \cdots(4.2.2.2)$$

N_{Pmax} , A , B , p は、前出の式を用いる。

亀井らは、完全邪魔板条件を含む次の推算式を報告している。[文献 19-22]

$$N_P=[(1+x^{-3})^{-1/3}]N_{Pmax} \quad \cdots(4.2.2.3)$$

$$\text{(平板パドル翼・平板タービン翼)} \quad x=4.5(B_w/D)n_B^{0.8}/(N_{Pmax})^{0.2}+N_{P0}/N_{Pmax} \quad \cdots(4.2.2.4)$$

$$\text{(傾斜パドル翼・プロペラ翼・ファウドラ翼)} \quad x=4.5(B_w/D)n_B^{0.8}/\{(2\theta/\pi)^{0.72}(N_{Pmax})^{0.2}\}+N_{P0}/N_{Pmax} \quad \cdots(4.2.2.5)$$

N_{P0} と N_{Pmax} は、前出の式を用いる。なお、上式で求めた N_P が N_{P0} よりも小さい場合は、 N_{P0} 値を動力数 N_P として採用する [文献 20]。多段翼の場合は、動力数 N_P に羽根段数 N を乗じる。

液体積あたり攪拌所要動力 P/V の適正範囲として、0.2~4 kW/m³ 未満が目安となる。上の推算値がこれらの範囲を大きく逸脱する場合は、攪拌条件を変更して再度計算を試みるとよい。

表 4.2.2.1 液体積あたり攪拌所要動力のおおよその目安 [文献 24]

攪拌動力	利用例	P/V [kW/m ³]
小	軽い固体粒子の分散、低粘性液体の混合	0.2
中	気液混合、液液混合、伝熱操作	0.6
大	重い固体粒子の分散、乳化操作、気液混合	2
特大	ペースト(チューブ入りわさびの如き糊状物質)の混練	4

4.2.3 原動機を選定

原動機の所要動力 P_M は、原動機や減速機の機械的損失分と操作上の余裕を含めた総合効率 η_{MT} [-] を用いて次式で表される。

$$P_M = \frac{P}{\eta_{MT}} \quad \dots(4.2.3.1)$$

機械的損失 10% と操作上の余裕 20% を見込んで $\eta_{MT}=0.7$ とする。 [文献 25, 26]

原動機の市販規格を以下に示す。計算値よりもひとまわり大きい規格を選定する。

0.2, 0.4, 0.75, 1.5, 2.2, 3.7, 5.5, 7.5, 11, 15, 18.5, 22, 30, 37, 45, 55, 75, 90, 110, 132, 160 kW

参考文献

1. 大野光之; 円筒容器内の液容量と接液面積, 化学装置 **32**(10), 55-67(1990)
2. J.R. Couper, W.R. Penny, J.R. Fair; Chemical Process Equipment: Selection and Design 3rd Ed., Butterworth-Heinemann(2012), Chapter 10 Mixing and Agitation
3. 大野光之; 初歩から学ぶ化学装置設計, 工業調査会(2009), 9章 攪拌装置
4. 大原良友; トコトンやさしい圧力容器の本, 日刊工業新聞社(2015), 4章 圧力容器の設計
5. 紙屋 保; 化学装置構造設計法, 工学図書(1965), 3章 圧力容器
6. 小林 英男; 圧力容器の構造と設計, 日本規格協会(2011), 10.1章 圧力容器の胴及び鏡板
7. 日本規格協会; JIS ハンドブック 17 圧力容器・ボイラ, 日本規格協会(2016), B8265
8. G. Towler, R. Sinnott; Chemical Engineering Design 2nd Ed., Butterworth-Heinemann (2012), Chapter 14 Design of pressure vessels
9. E.F. Megyesy, P. Buthod; Pressure Vessel Handbook 14th Ed., PV Publishing(2008), PART1 1. Vessels under internal pressure
10. 有光 隆; これならわかる図解でやさしい入門材料力学(第2版), 技術評論社(2020)
11. 山本一夫, 西野宏; 攪拌技術, 佐竹化学機械工業(1992), 7章 攪拌機の構造設計
12. 化学工業社編; 化学装置の構造設計 別冊化学工業 17-6, 化学工業社(1973), pp.109-127
13. 大山義年; 化学工学II, 岩波(1963), pp.186-190
14. 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), 18章攪拌および混合
15. W.L.McCabe, J.C. Smith, P. Harriott; Unit Operations of Chemical Engineering 7th Ed.McGraw-Hill(2004), Chapter 9 Agitation and Mixing of Liquids (Table 9.2)
16. 永田進治, 山本一夫, 横山藤平, 志賀周次郎; 化学工学, **21**, 708-715(1957)
17. S. Nagata; Mixing, John Wiley & Sons Inc. (1975), Chapter 1 Power consumption of mixing impellers
18. 山本一夫; 攪拌装置(化学装置設計・操作シリーズ), 化学工業社(1984), 3章攪拌所要動力と攪拌槽の伝熱
19. 亀井 登, 平岡節郎, 加藤禎人, 多田 豊, 仕田裕貴, 李 泳世, 山口隆生, 高 承台; 化学工学論文集, **21**, 41-48(1995)
20. 化学工学会監修; 最新ミキシング技術の基礎と応用(化学工学の進歩 42), 三恵社(2008), 1.基礎編
21. 化学工学会編; 化学工学便覧 改訂七版, 丸善(2011), 1-6 攪拌・混合

22. 加藤禎人; 攪拌槽の操作・設計のための計算法と実験法 改訂増補版, 情報機構(2015), 5章動力特性
23. Y. Kato, Y. Tada, Y. Takeda, Y. Hirai and Y. Nagatsu; *J. Chem. Eng. Japan*, **46**, 6-9 (2009)
24. J.F.Richardson, J.M. Coulson, J.R. Backhurst, J.H. Harker; *Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.2, 5th Ed.*, Butter-worth Heinemann(2002), Chapter 7 Liquid mixing (Table 7.2)
25. 山本一夫, 西野宏; 攪拌技術, 佐竹化学機械工業(1992), 6章攪拌機の選定手法
26. 寺尾昭二; 攪拌技術の基礎と実際(月刊・化学装置 2008年4月号), 工業調査会(2008), pp.17-59

設計問題

攪拌槽：邪魔板付き平底円筒槽(槽径 1000 mm)

攪拌液：水

攪拌翼：平板タービン

攪拌速度：120 rpm(=120 回転/min)

水の物性値：密度 1000 kg/m³、粘度 0.001 Pa·s、平均比熱容量 4200 J/(kg·K)、熱伝導度 0.58 W/(m·K)

重力加速度：9.81 m/s²

表 攪拌槽の寸法(記号の説明は、構造設計の章に記載)

d/D_T	C/D_T	b/D_T	B_w/D_T	d_{co}/D_T	D_c/D_T	p_c/D_T	H/D_T	n_p	n_B
1/2	1/3	1/10	1/10	1/30	7/10	1/15	1	6	4

- (1) 攪拌レイノルズ数と攪拌フルード数を求めよ。
- (2) 液の循環流量[m³/s]と循環時間[s]を動力特性曲線の読みを用いて求めよ。
- (3) インクを少量添加した場合の混合時間[s]を動力特性曲線の読みを用いて求めよ。
- (4) 完全邪魔板条件が成り立つ場合の攪拌所要動力[kW]を動力特性曲線の読みを用いて求めよ。
- (5) 攪拌所要動力[kW]を永田の式より求めよ。
- (6) 攪拌所要動力[kW]を亀井・平岡の式より求めよ。
- (7) 永田式と亀井・平岡式の計算結果の内、より安全側にある値(より大きい値)を採用し、原動機の市販規格[kW]を決定せよ。

答(1)①500000,②0.204,(2)①0.336 m³/s,②2.34 s,(3)14.7 s,(4)1.50 kW,(5)1.39 kW,(6)1.31 kW,(7)2.2 kW

解 答

(1) $d=(1/2)D=(1/2)(1000)=500 \text{ mm}=0.5 \text{ m}$

$Re=pnd^2/\mu=(1000)(120/60)(0.5)^2/(0.001)=\boxed{500000(\text{乱流})}$ $Fr=n^2d/g=(120/60)^2(0.5)/(9.81)=0.20387 \doteq \boxed{0.204}$

(2) $b/d=(b/D)/(d/D)=(1/10)/(1/2)=1/5$ 、 $N_p=6$ 。

$N_{qd}=0.32(n_p^{0.7}b/d)^{0.25}(D/d)^{0.34}N_p^{0.5}=(0.32)\{(6)^{0.7}(1/5)\}^{0.25}(2/1)^{0.34}(6)^{0.5}=0.90784$

$N_{qc}=N_{qd}[1+(0.16)\{(D/d)^2-1\}]=(0.90784)[1+(0.16)\{(2/1)^2-1\}]=1.3436$

$Q_c=N_{qc}nd^3=(1.3436)(120/60)(0.500)^3=0.33590 \text{ m}^3/\text{s}=\boxed{0.336 \text{ m}^3/\text{s}}$

$t_c=V/Q_c=\pi(D/2)^2H/Q_c=\pi(1.000/2)^2(1.000)/(0.33590)=2.3381 \text{ s} \doteq \boxed{2.34 \text{ s}}$

(3) $1/(n\theta_M)=0.092[(d/D)^3N_{qd}+0.21(d/D)(N_p/N_{qd})^{0.5}][1-\exp\{-13(d/D)^2\}]$
 $=0.092[(1/2)^3(0.90784)+(0.21)(1/2)(6/0.90784)^{0.5}][1-\exp\{-(13)(1/2)^2\}]=0.033906$

$\theta_M=1/\{n(0.033906)\}=1/\{(120/60)(0.033906)\}=14.746 \text{ s} \doteq \boxed{14.7 \text{ s}}$

(4) $P=N_p\rho n^3d^5=(6)(1000)(120/60)^3(0.500)^5=1500 \text{ W} \doteq \boxed{1.50 \text{ kW}}$

(5) $b'=n_p bN/2=(6)(b)(1)/2=3b$

翼幅－翼径比 $b'/D_T=3b/D_T=(3)(1/10)=3/10$

翼径－槽径比 $d/D_T=1/2$

邪魔板幅－槽径比 $B_w/D_T=1/10$

液深－槽径比 $H/D_T=1$

$(B_w/D)^{1.2}n_B=(1/10)^{1.2}(4)=0.252 \neq 0.35$ (部分邪魔板条件)

$A=14+(b/D)[670\{(d/D)-0.6\}^2+185]=14+(3/10)[670\{(1/2)-0.6\}^2+185]=71.51$

$B=10^{[1.3-4\{(b/D)-0.5\}^2-1.14(d/D)]}=10^{[1.3-(4)\{(3/10)-0.5\}^2-(1.14)(1/2)]}=3.7153$

$p=1.1+4(b/D)-2.5[(d/D)-0.5]^2-7(b/D)^4=1.1+(4)(3/10)-(2.5)\{(1/2)-0.5\}^2-(7)(3/10)^4=2.2433$

$R_c=\{25/(b/D)\}\{(d/D)-0.4\}^2+(b/D)/\{0.11(b/D)-0.0048\}$

$=\{25/(3/10)\}\{(1/2)-0.4\}^2+(3/10)/\{(0.11)(3/10)-0.0048\}=11.471$

$R_\theta=10^{4(1-\sin\theta)}R_c=10^{4(1-\sin 90^\circ)}(11.471)=11.471$

$N_{Pmax}=A/R_\theta+B\{[10^3+1.2R_\theta^{0.66}]/[10^3+3.2R_\theta^{0.66}]\}^p(H/D)^{0.35+(b/D)}(\sin\theta)^{1.2}$

$=(71.51/11.471)+(3.7153)[\{1000+(1.2)(11.471)^{0.66}\}/\{1000+(3.2)(11.471)^{0.66}\}]^{2.2433}(1)^{0.35+(3/10)}(\sin 90^\circ)^{1.2}$
 $=9.8676$

$N_{P\infty}=B(0.6/1.6)^p=(3.7153)(0.6/1.6)^{2.2433}=0.41154$

$(N_{Pmax}-N_p)/(N_{Pmax}-N_{P\infty})=[1-1.29(B_w/D)^{1.2}n_B]^2$

$N_{Pmax}-N_p=(N_{Pmax}-N_{P\infty})[1-1.29(B_w/D)^{1.2}n_B]^2$

$N_p=N_{Pmax}-(N_{Pmax}-N_{P\infty})[1-1.29(B_w/D)^{1.2}n_B]^2$

$=9.8676-(9.8676-0.41154)[1-(1.29)(1/10)^{1.2}(4)]^2=5.5665$

$P=N_p\rho n^3d^5=(5.5665)(1000)(120/60)^3(0.500)^5=1391.6 \text{ W} \doteq \boxed{1.39 \text{ kW}}$

(6) 翼幅－翼径比 $b/d=1/5$

翼幅－槽径比 $b/D_T=1/10$

翼径－槽径比 $d/D_T=1/2$

邪魔板幅－槽径比 $B_w/D_T=1/10$

液深－槽径比 $H/D_T=1$

翼幅－液深比 $b/H=b/D_T=1/10$

翼径－液深比 $d/H=d/D_T=1/2$

$$\beta=2[\ln(D/d)]/[(D/d)-(d/D)]=2\ln 2/[2-(1/2)]=0.92419$$

$$\eta=0.711[0.157+\{n_p \ln(D/d)\}^{0.611}]/[n_p^{0.52}\{1-(d/D)^2\}]=0.711[0.157+(6\ln 2)^{0.611}]/[6^{0.52}\{1-(1/2)^2\}]=0.95062$$

$$C_L=0.215\eta n_p(d/H)[1-(d/D)^2]+1.83(b\sin\theta/H)[n_p/(2\sin\theta)]^{1/3}$$

$$=(0.215)(0.95062)(6)(1/2)[1-(1/2)^2]+(1.83)(\sin 90^\circ/10)[6/(2\sin 90^\circ)]^{1/3}=0.72379$$

$$Re_d=\rho n d^2/\mu=(1000)(120/60)(0.5)^2/0.001=500000$$

$$Re_G=[\{\pi\eta \ln(D/d)\}/(4d/\beta D)]Re_d=[\{\pi(0.95062)\ln 2\}/\{(4)(1/2)/0.92419\}](500000)=478281$$

$$\gamma=[\eta\{\ln(D/d)\}/(\beta D/d)^5]^{1/3}=[(0.95062)(\ln 2)/\{(0.92419)(2)\}^5]^{1/3}=0.31257$$

$$X=\gamma n_p^{0.7} b \sin^{1.6}\theta/H=(0.31257)(6^{0.7})(1/10)(\sin 90^\circ)^{1.6}=0.10956$$

$$C_i=[(1.96X^{1.19})^{-7.8}+(0.25)^{-7.8}]^{-1/7.8}=[\{(1.96)(0.10956)^{1.19}\}^{-7.8}+(0.25)^{-7.8}]^{-1/7.8}=0.14086$$

$$C_{tr}=23.8(d/D)^{-3.24}(b\sin\theta/D)^{-1.18}X^{0.74}=(23.8)(1/2)^{-3.24}(\sin 90^\circ/10)^{-1.18}(0.33320)^{-0.74}=7675.6$$

$$f_\infty=0.0151(d/D)C_i^{0.308}=(0.0151)(1/2)(0.14086)^{0.308}=0.0041283$$

$$m=[(0.71X^{0.373})^{-7.8}+(0.333)^{-7.8}]^{-1/7.8}=[\{(0.71)(0.10956)^{0.373}\}^{-7.8}+(0.333)^{-7.8}]^{-1/7.8}=0.29324$$

$$f=C_L/Re_G+C_i[\{(C_{tr}/Re_G)+Re_G\}^{-1}+(f_\infty/C_i)^{1/m}]^m$$

$$=(0.72379/478281)+(0.14086)[\{(7675.6/478281)+478281\}^{-1}+(0.0041283/0.14086)^{1/0.29324}]^{0.29324}=0.0045128$$

$$N_{P0}=[(1.2\pi^4\beta^2)/\{8d^3/(D^2H)\}]f=[\{(1.2)(\pi^4)(0.92419)^2\}/\{(8)(0.5)^3/\{(1)^2(1)\}\}](0.0045128)=0.45055$$

$$n_p^{0.7}b/d=(6^{0.7})(1/5)(\sin 90^\circ)^{1.6}=0.70102(\leq 1.6)$$

$$(\text{平板ノドル翼・平板タービン翼})N_{Pmax}=8.3(n_p^{0.7}b/d)=(8.3)(0.70102)=5.8184$$

$$(\text{完全邪魔板条件}) (B_w/D)n_B^{0.8}=0.27(N_{Pmax})^{0.2}$$

$$(B_w/D)n_B^{0.8}=(1/10)(4^{0.8})=0.30314$$

$$0.27(N_{Pmax})^{0.2}=(0.27)(5.8184)^{0.2}=0.38399 \neq 0.30314 (\text{部分邪魔板条件})$$

$$(\text{平板ノドル翼・平板タービン翼})x=4.5(B_w/D)n_B^{0.8}/(N_{Pmax})^{0.2}+N_{P0}/N_{Pmax}$$

$$=(4.5)(1/10)(4^{0.8})/(5.8184)^{0.2}+(0.45055/5.8184)=1.0366$$

$$N_P=[(1+x^{-3})^{-1/3}]N_{Pmax}=[\{1+(1.0366)^{-3}\}^{-1/3}](5.8184)=4.6995$$

$$P=N_P\rho n^3 d^5=(4.6995)(1000)(120/60)^3(0.500)^5=1174.8 \text{ W} \approx \boxed{1.17 \text{ kW}}$$

$$(6)(\text{永田式})1391.6 \text{ W} > (\text{亀井・平岡式})1174.8 \text{ W}$$

$$P_M=P/\eta_{MT}=1391.6/0.7=1988 \text{ W} \approx \boxed{2.0 \text{ kW}}$$

令和2年1月9日作成

令和2年1月10日改訂

令和2年1月29日改訂

令和2年2月6日改訂

令和3年1月27日改訂

令和3年1月28日改訂

令和3年2月25日改訂

令和3年9月2日改訂